

به نام خدا

تمرین سری درم :

11-1) 7, 8, 9, 14, 16, 18

امتحان میان نترم :

۳۰، ۸، ۹۷ ساعت ۳۰، ۷

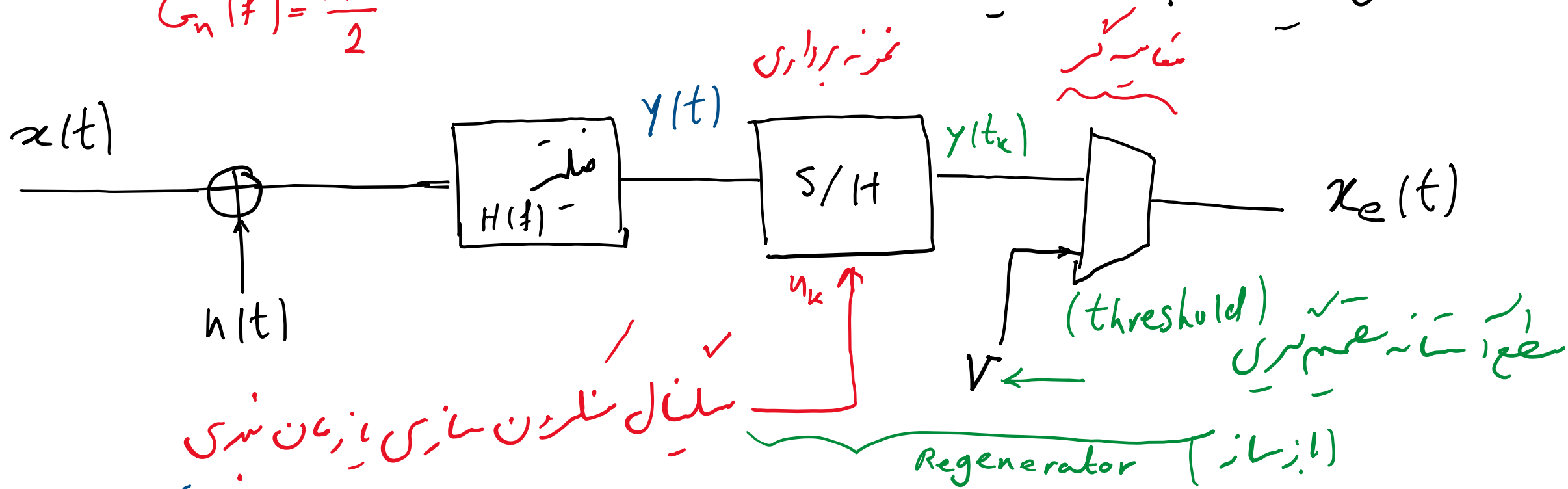
۳۱۵ کلاس

• نورِ خط (کارای افعال خط در حضورِ شری)

در این بخش می خواهیم عملکرد کترنده ی PAM را در حضورِ شری جمع شونده بررسی کنیم. برای این منظور ابتدا ساختار کلی کترنده را معرفی می کنیم و عرض می کنیم که در کترنده سبیل در راستای بدون ISZ است. بنابراین تنها عامل ایاری کننده ی خط، نورِ جمع شونده است. در جامع عرض می کنیم که سبیل ها، کانال باعث ایاری ISZ در سبیل نمی شوند. برای سارکنی ابتدا حالت پاییزی را در نظر می گیریم و سپس نتایج را به حالت $M-ary$ تعمیم می دهیم.

ساختار کلی گیرنده به شکل زیر است.

$$G_n(f) = \frac{N_0}{2}$$



سینال ورودی $x(t)$ با نویز کانال جمع می شود. درگیرنده ابتدا سینال از یک فیلتر عبور می کند و توسط بلوک S/H در نقاط مناسب از آن نمونه برداری می شود. برای اینکه نمونه برداری در زمان های مناسب انجام شود از یک سینال مخلوط ساز استفاده می شود.

$$y(t_k) = x(t_k) + n(t_k) \quad \textcircled{1} \quad a_k + \underbrace{n(t_k)}$$

نویزهای نمریزه در خروجی مدله

$$x(t) = \sum a_k p(t - kD) \quad \textcircled{1}$$

در بلوک Regenerator، عملیات زیرایتمی شود.

$$\begin{cases} y(t_k) > V & \rightarrow x_e(t) = 1 \\ y(t_k) < V & \rightarrow x_e(t) = 0 \end{cases}$$

صحن گنیزند در مورد بیت ارسالی ←

تایم پراپن، این بلوک شبیه به مبدل آنا لور به دیجیتال نیزه می کند.

در حالت باطنری، دو حالت زیر را داریم

۱- بیت '1' ارسال شده باشد.

۲- بیت '0' ارسال شده باشد.

فرستنده برای ارسال بیت ها، به هر کدام از آنها یک سطح a_k نسبت می دهد.

به عنوان مثال اگر حالت یک قطبی باشد،

$$\begin{cases} b_k = 1 \rightarrow a_k = A \\ b_k = 0 \rightarrow a_k = 0 \end{cases}$$

با اثر حالت در قطبی باشد،

$$\begin{cases} b_u = 1 \longrightarrow a_u = A/2 \\ b_u = 0 \longrightarrow a_u = -A/2 \end{cases}$$

باینده به ایند سلنل نمونه برداری شده

$$y(t_u) = a_u + n(t_u)$$

باینده همراه است، حدس گیرنده در مورد بیت های ارسالی، با خطا همراه است.

در این بخش می خواهیم احتمال خطای این تصمیم گیری درگیرنده را بدست بیاوریم و با
می خیم کردن این احتمال خطا، سطح آستانه می تصمیم گیری همیشه را تعیین کنیم و با توجه به

آن عملکرد نکرده را بررسی کنیم. در این بخش مرصع بر این است که نریر جمع شوند.

باستئال ارسال، سفید است (عنی خطی سفید تر از آن ثابت است و نریرهای

نریر متعادل و نامعادل با یکدیگر صفر هستند)

برای محاسبه احتمال خطا در نریر، ابتدا ایش را به خطا اعتریف می کنیم و سپس احتمال آن را

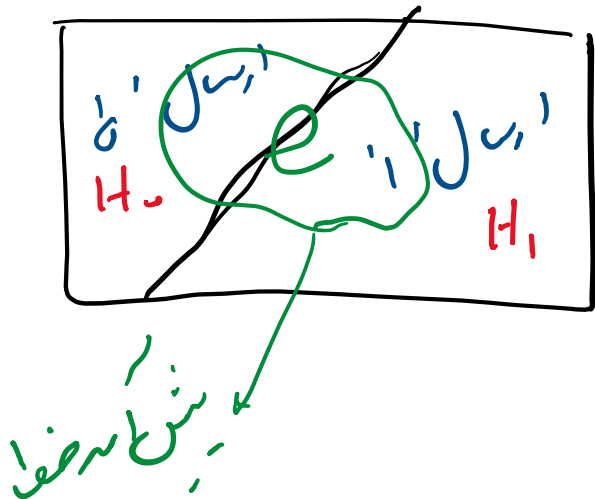
به دست می آوریم.

$$P_e = \text{احتمال خطا} = \left\{ \begin{array}{l} \text{فرستنده بیت '1' را ارسال کرده باشد ولی گیرنده بیت '0' یا} \\ \text{آشغال سازی کند یا} \\ \text{فرستنده بیت '0' را ارسال کرده باشد ولی گیرنده بیت '1' یا} \\ \text{آشغال سازی کند.} \end{array} \right.$$

برای محاسبه احتمال خطا، از قضیه احتمال کل می‌توانیم،

$$P_e = P_r\{e | \text{بسته ارسال شد}\} P_r\{\text{ارسال بسته}\} + P_r\{e | \text{بسته ارسال نشد}\} P_r\{\text{ارسال نشد}\}$$

$$P_r\{e\} = P(e | \text{ارسال 0}) P(0) + P(e | \text{ارسال 1}) P(1)$$



$$P_e = P(e | H_0) P(H_0) + P(e | H_1) P(H_1)$$

برای راحت تر شدن نوشتار، برای پیشینه های ارسال 'ه'، ارسال 'ا' در حلقه،
 نمکذاری های زیر را انجام می دهیم:

پیشینه آمد H_0 : بیت 'ه' ارسال شده باشد.

پیشینه آمد H_1 : بیت 'ا' ارسال شده باشد.

$$\Rightarrow P_e = P_r \{e | H_0\} \overbrace{P(H_0)}^P + P_r \{e | H_1\} \overbrace{P(H_1)}^P$$

P_0 ، P_1 احتمالات ارسال 'ه'، 'ا' در فرستنده هستند و عبارات ضربات سائله و مشخص هستند.

* اگر H_0 رخ داده باشد، یعنی ترسند، بیت '0' را ارسال کرده است.

* اگر H_1 رخ داده باشد، یعنی ترسند، بیت '1' را ارسال کرده است.

$$\Rightarrow P_e = P_r \{ \text{ترسند بیت '1' | } H_0 \} P_0 + P_r \{ \text{ترسند بیت '0' | } H_1 \} P_1$$

$$= P_r \{ \gamma(t_k) > \gamma \mid H_0 \} P_0 + P_r \{ \gamma(t_k) < \gamma \mid H_1 \} P_1$$

بازجه به قانون تصمیم گیری

که $\gamma(t_k) = a_k + n(t_k)$ بی تغییر صدق می‌کند.

برای ارضی نرشت، مقدار منحصم،
 $y(t_k) = a_k + u(t_k) \equiv y$ (متغیر ارضی)

$$\Rightarrow P_e = \underbrace{P_r \{y > v | H_0\} P_0}_{P(e|H_0)} + \underbrace{P_r \{y < v | H_1\} P_1}_{P(e|H_1)}$$

برای محاسبه احتمال خطای گیرنده یعنی P_e ، کافی است که $P(e|H_0)$ ،
 $P(e|H_1)$ درست بگیریم.

برای صی سببی این احتمال N لازم است که تِراجیع χ^2 احتمالی شرطی منحصر صَدَمَن χ^2

را داشته باشیم. یعنی باید تِراجیع احتمال $P(y|H_0)$, $P(y|H_1)$

داشته باشیم.

$$y = \underbrace{\alpha}_{\text{signal}} + \underbrace{n(t_k)}_{\text{noise}} \equiv \alpha + N$$

باید به این دلیل داریم ،

بنابر این $P(y|H_0)$, $P(y|H_1)$ باید به ترتیب آماره های زیر قابل کاسه است.

به عنوان مثال ارجاع کند قطعی داریم ،

$$\begin{cases} b_k = 1 \rightarrow a_k = A & : \text{پیش آماره } H_1 \\ b_k = 0 \rightarrow a_k = 0 & : \text{پیش آماره } H_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma = A + N \\ \gamma = 0 + N = N \end{cases}$$

اگر بیش آمد H_1 رخ داده باشد

اگر بیش آمد H_0 رخ داده باشد

یا در حالت در قطبی داریم،

بیش آمد H_1

بیش آمد H_0

$$\begin{cases} b_k = 1 \rightarrow a_k = A/2 \\ b_k = 0 \rightarrow a_k = -A/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma = \frac{A}{2} + N \\ \gamma = -\frac{A}{2} + N \end{cases}$$

اگر بیش آمد H_1 رخ داده باشد

اگر بیش آمد H_0 رخ داده باشد

پس در حالت کلی می توان نوشت :

$$P(y|H_0) = P_N(y - a_N(H_0))$$

$$P(y|H_1) = P_N(y - a_N(H_1))$$

بعنوان مثال در حالت یک صدایی داریم،

$$\begin{cases} P(y|H_0) = P_N(y) \\ P(y|H_1) = P_N(y - A) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(y|H_0) = P_N(y + A/2) \\ P(y|H_1) = P_N(y - A/2) \end{cases}$$

در حالت دوقبلی داریم،

بترمیم به انگلیز من را بنویس

$$P_e = \underbrace{P_r \{Y > v | H_0\}}_{P(e|H_0)} P_0 + \underbrace{P_r \{Y < v | H_1\}}_{P(e|H_1)} P_1$$

و با دانستن $P(y|H_0)$ ، $P(y|H_1)$ می توان نوشت

$$P(e|H_0) = P_r \{Y > v | H_0\} = \int_v^{\infty} P(y|H_0) dy$$

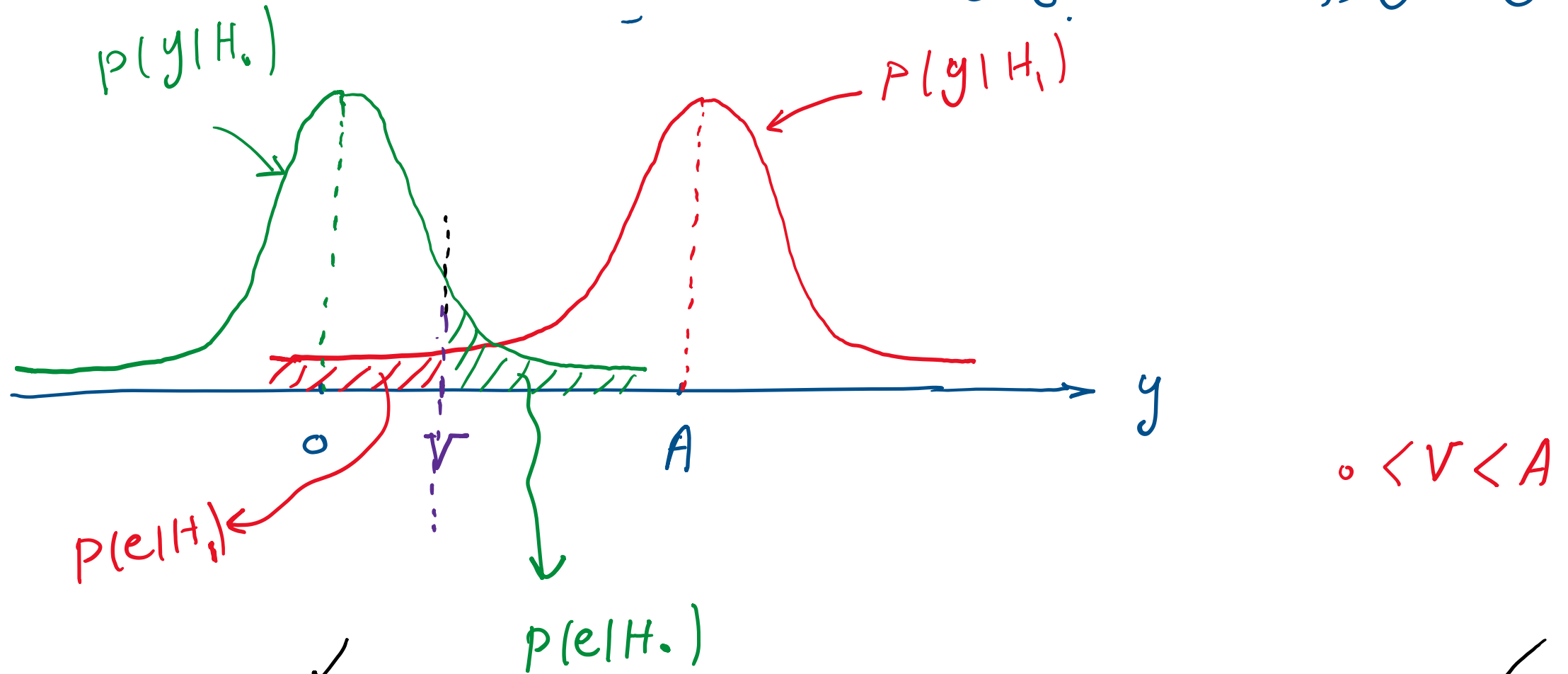
و

$$P(e|H_1) = P_r \{Y < v | H_1\} = \int_{-\infty}^v P(y|H_1) dy$$

$$\Rightarrow P_e = P_0 \int_V P(y|H_0) dy + P_1 \int_{-\infty}^V P(y|H_1) dy$$

گیرنده‌ی بینه را با قانون تصمیم‌گیری بینه (گیرنده‌ی اسی است که این احتمال خطای کم کند). همان‌طور که در عبارت بالا می‌بینیم، مقدار این عبارت به سطح آستانه‌ی V بستگی دارد. بنابراین اگر V را به گیرنده‌ای به دست بیاوریم که P_0 را می‌بینیم، بینه با قانون تصمیم‌گیری بینه رسیدیم. این مقدار سطح آستانه را که به ازای آن P_0 می‌بینیم می‌شود، با V_{opt} نمایش می‌دهیم.

به عنوان مثال در حالت گنگ قطبی می توان نمودار زیر را داشت:



همان طور که می بینیم، $p(e|H_1)$ و $p(e|H_0)$ به سطح آستانه V بستگی دارند.
در ادامه بایستی تصمیم سازی P_e ، سطح آستانه V بهینه V_{opt} را به دست آوریم.

$$P_e = P_0 \int_v^\infty P(y|H_0) dy + P_1 \int_{-\infty}^v P(y|H_1) dy$$

$$P_e|_{\text{Min}} \implies \left. \frac{\partial P_e}{\partial v} \right|_{v_{\text{opt}}} = 0$$

قاعدهی لایبزنز:

$$\implies -P_0 P(y|H_0) + P_1 P(y|H_1) \Big|_{y=v_{\text{opt}}} = 0$$

$$\implies P_0 P(y|H_0) \Big|_{v_{\text{opt}}} = P_1 P(y|H_1) \Big|_{v_{\text{opt}}}$$

بنابرین سطح آستانه‌ی تصمیم‌گیری بهینه یعنی V_{opt} از عمل محاسبه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$P_2 P(y|H_0) = P_1 P(y|H_1)$$

اگر سلفه‌ها هم احتمال باشند یعنی راشه باشیم $P_2 = P_1 = \frac{1}{2}$ (احتمال ارسال منفرد ارسال می‌شود، لیکن باشد) در این صورت سطح آستانه‌ی تصمیم‌گیری بهینه کل بر ضرر در تابع ضرایب احتمال $P(y|H_0)$ و $P(y|H_1)$ ضابطه بود.

$$P(y|H_0) = P(y|H_1)$$

اگر سلفه‌ها هم افعال باشند، مسئله متعادل باشد یعنی $P(y|H_0)$ ، $P(y|H_1)$ که حالت متعادل شکل بدهند) آنکه سطح آستانه‌ی تصمیم‌گیری بسته به وسط

در سطح مدولاسیون است.

$$V_{opt} = \frac{a_k(H_0) + a_k(H_1)}{2}$$

به عنوان مثال در حالت یک قطبی در صورت برقراری شرایط بالا داریم،

$$V_{opt} = \frac{0 + A}{2} = A/2$$

در حالت دو قطبی داریم،

$$V_{opt} = \frac{-\frac{A}{2} + \frac{A}{2}}{2} = 0$$